

小波分析在信号包络提取中的应用

赵学智¹, 符红羽², 陈文戈³, 陈统坚¹, 叶邦彦¹

(1. 华南理工大学 机电系, 广东 广州, 510641; 2. 广东工业大学 总务处, 广东 广州, 510090
3. 广东工业大学 机械电子工程系, 广东 广州, 510090)

摘要: 包络分析是机械测试和故障诊断领域的常用方法, 本文利用小波的频带分离特性和噪声的小波变换特性, 将希尔伯特变换和小波分析结合起来, 提高了提取信号包络信息的精度, 并通过实例说明了这种方法的有效性.

关键词: 包络分析; 小波变换; 希尔伯特变换

中图分类号: TN911. 72; TH165. 3

文献标识码: A

文章编号: 1007-7162(2000) 03-0036-04

在机械测试领域, 可以检测到很多明显的调制信号, 它们反映了设备的故障状况. 例如轴承滚珠损伤时, 会产生周期性的冲击, 冲击激发的诸多高频成分形成轴承振动信号的载波; 往复压缩机的气阀和弹簧失效时产生的突变信息也体现在信号的包络中; 齿轮存在集中缺陷或分布缺陷时, 其振动也形成以啮合频率为载波的已调波等^[1]. 这些信号的包络包含着丰富的故障特征信息, 对它们进行解调, 分离提取低频包络信号, 就可以准确可靠地诊断出故障所在. 常用的包络提取方法有希尔伯特变换法和检波滤波法, 它们各有优缺点. 检波滤波法必须预先知道包络成分的频率且存在混频效应^[2], 这一特点在实用时很不方便; 希尔伯特变换法则存在着一些不需要的频带成分和随机噪声的干扰. 本文将希尔伯特变换和小波分析结合起来, 克服了希尔伯特变换法的不足, 可有效地提高包络提取的质量.

1 用希尔伯特变换提取包络存在的缺陷

希尔伯特变换解调的实质是通过调幅信号 $f(t)$ 在频域和复数因子 i 相乘以实现在时域的 90° 移相, 然后和原信号合成为一个复解析时间信号, 其幅值即为解调信号. 图 1 是实测的某轴承表面剥落时振动的时域信号, 表面剥落是滚动轴承的典型故障, 它是疲劳、裂纹、压痕、胶合斑等失效形式所造成的滚道的异常形态, 所引起的振动是一个调制信号. 用希尔伯特变换解调获得的信息见图 2, 可以看出, 提取的包络轮廓信息很粗糙, 随机噪声和高

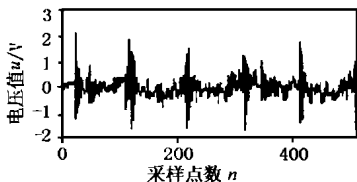


图 1 表面剥落时轴承的振动信号

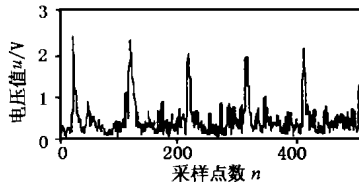


图 2 用希尔伯特变换解调的信号

收稿日期: 2000-04-15

基金项目: 广东省自然科学基金项目(980396); 广东省高教厅重点学科项目(970019).

作者简介: 赵学智(1970-), 男, 博士生; 主要研究方向: 机械测试信号处理和故障诊断.

频带域成分的影响较大. 本文通过小波分析克服了这两个缺陷, 有效地提高了包络提取的精度.

2 小波变换的频带分离特性

小波基函数 $\phi(t)$ 在 $L^2(R)$ 中必须满足以下容许性条件:

$$\int_R \phi(t) dt = 0. \quad (1)$$

它实际上是一个在时域和频域都有有限的窗口函数. 小波变换可定义为信号 f 与基本小波的伸缩系的卷积^[3]:

$$Wf(s, x) = f * \phi_s(x) = \frac{1}{s} \int_R f(t) \phi\left(\frac{x-t}{s}\right) dt, \quad (2)$$

其中: $\phi_s(x) = \frac{1}{s} \phi\left(\frac{x}{s}\right)$, $s > 0$, 为小波的尺度参数, 由卷积定理可得到小波变换的频域表达式:

$$\hat{Wf}(s, x) = \hat{f}(\omega) \cdot \hat{\phi}(s\omega). \quad (3)$$

通过下式可进行信号重建^[3]:

$$f(t) = \frac{1}{c_\phi} \iint_{R^2} Wf(s, x) \overline{\phi\left(\frac{x-t}{s}\right)} \frac{ds}{s} dx, \quad (4)$$

其中: $c_\phi = \int_R \frac{\phi^2(y)}{|y|} dy$.

从滤波器的角度来考虑, 小波伸缩系是一个中心频率随尺度 s 的增大而向低频方向移动的滤波器组. 当尺度增大时, 小波的中心频率 ω/s 向低频方向移动, 同时带宽 $\Delta\omega/s$ 减小. 结合式(3)可知, 小波变换实质上是通过一组不同中心频率的滤波器组将原信号 $f(t)$ 分解为不同频带的信号. 尺度越小, 分布的频率越高. 随着尺度的增加, 各尺度上的分解结果就反映了信号 $f(x)$ 在不同的频段上的分布状况. 利用小波的这种频带分离特性, 在用希尔伯特变换提取信号的包络后, 再通过小波变换将包络信号的各频率成分分布在不同的尺度上, 去掉不需要的尺度分解结果, 然后进行信号重构, 得到的信号就剔除了不需要的频带, 提高了包络提取的精度.

3 用小波变换剔除包络分析的噪声

随机噪声也是影响包络提取精度的一个重要因素, 可利用小波变换来消除它们的影响. 设 $n(x)$ 是一个方差为 σ^2 的白噪声, 其自相关函数:

$$R_n(u, v) = E[n(u)n(v)] = \delta(u-v)\sigma^2, \quad (5)$$

其小波变换为:

$$Wn(s, x) = \int n(u) \phi_s(x-u) du, \quad (6)$$

则: $|Wn(s, x)|^2 = \int_R \int_R n(u)n(v) \phi_s(x-u) \phi_s(x-v) du dv, \quad (7)$

$$E|Wn(s, x)|^2 = \sigma^2 \int_R |\phi_s(x-u)|^2 du = \frac{\sigma^2 \|\phi\|^2}{s}. \quad (8)$$

式(8)表明随着尺度的增大, 白噪声小波变换的模平方均值减小, 当尺度达到一定值时, 它的模极大值将消失, 即白噪声的模极大值在尺度上没有传递性. 利用它们沿不同尺度的这种传播行为, 可以得到一种消除噪声的算法:

①对信号进行多尺度二进小波变换, 提取每一尺度上的模极大值点, 记录下它们的位置序

号($x_0^j, x_1^j, \dots, x_{nj}^j$)和正负号 $\text{sign}(x_0^j, x_1^j, \dots, x_{nj}^j)$;

②由于在最大的尺度上变换值主要为信号本身控制^[4], 故以最大尺度上的模极大值点($x_0^J, x_1^J, \dots, x_{nJ}^J$)为基准. 在 $1 \leq j \leq J-1$ 的尺度范围内, 对于尺度 $j+1$ 上的每一个模极大值点 x_i^{j+1} ($i=0, 1, \dots, nJ$), 在尺度 j 上搜索位置在以 x_i^{j+1} 为中心的领域 $\delta(x_i^{j+1})$ 内的模极大值点 x_i^j , 且该点的 $\text{sign}(x_i^j)$ 与尺度 $j+1$ 上的 $\text{sign}(x_i^{j+1})$ 相同;

③用另一个二维数组记录下尺度 j 上找到的所有符合条件 ②的模极大值点(为区别起见, 将它们称为新模极大值点). 比较此尺度最初的模极大值点, 将两相邻的新模极大值点之间的其他模极大值置零; 将第一个新模极大值点之前的其他模极大值置零; 将最后一个新模极大值点之后的其他模极大值置零. 然后用这一个二维数组记录的新模极大值点取代此尺度最初的模极大值点, $j=j-1$, 返回 2, 直至尺度 $j=1$.

④利用处理完后的各个尺度上的结果进行信号重建, 就得到去除了噪声的信号.

4 小波变换和希尔伯特变换结合提取信号包络信息实例

利用小波变换的频带分离特性和白噪声的小波变换特性, 结合希尔伯特变换, 得到一种提高提取包络精度的算法. 具体步骤为: ①对原信号进行希尔伯特变换, 得到信号的包络; ②对包络信号进行小波变换; 将不需要的频带去掉; ③利用去除噪声的算法, 对所有尺度进行噪声的模极大值剔除; ④利用经过以上处理后的各个尺度上的结果进行信号重构, 即得到提高了精度的包络信号.

按照以上步骤, 对图 2 希尔伯特变换获得的包络信号在四个尺度上用二次 B 样条小波进行变换, 结果如图 3 所示. 在尺度 $s=2$ 时, 主要为高频成分占据, 它们是用希尔伯特变换难以完全去除的载波成分, 是影响包络提取质量的主要因素. 尺度 $s=4$ 是一个过渡的尺度, 既包含有载波成分, 也有表面剥落时引起的冲击成分. 容易计算出冲击函数 $\delta(t)$ 的小波变为:

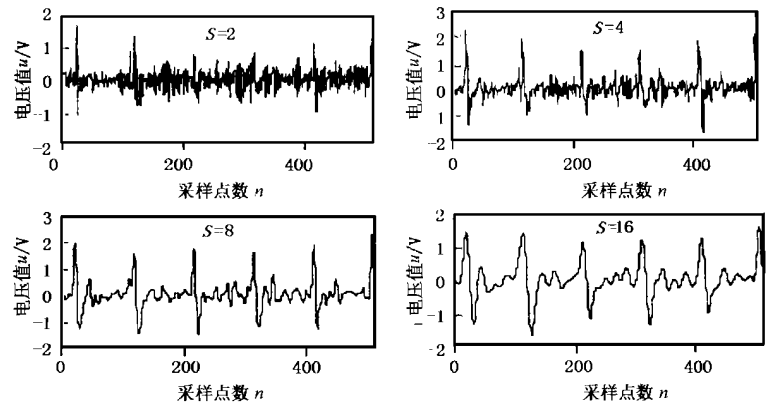


图 3 用样条小波分解的各尺度上的信号

$$W\delta(s, x) = \delta(x) * \psi_s(x) = \psi_s(x), \quad (9)$$

即冲击函数的小波变换结果就是所选用小波的伸缩系. 本文中变换所用小波为二次 B 样条小波, 其波形见图 4, 对比尺度 $s=8, 16$ 的小波变换波形, 就可以发现在尺度 $s=8$ 基本上体现了表面剥落时引起的冲击, 而尺度 $s=16$ 上的变换结果则完全体现了表面剥落时引起的冲击. 由以上分析可见, 尺度 $s=2$ 的分解结果与包络成分是无关系的, 可以将其置零, 然后重构得到的信号如图 5 所示, 和图 2 比较, 显然图 5 的高频成分大为减少, 但

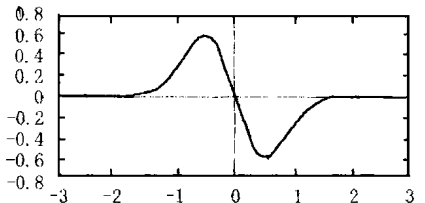


图 4 样条小波

还是存在一些“毛刺”,这主要是存在于尺度4,8的随机噪声没有被去除的缘故。再利用去除噪声的算法,对尺度4,8进行噪声的模极大值剔除,最终得到的结果如图6,此时消除了噪声影响,时域轮廓十分清晰,解调质量进一步提高。

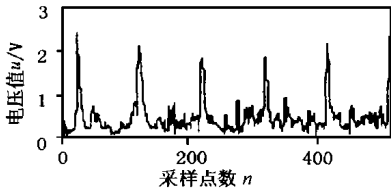


图5 $S=1$ 时的重构信号

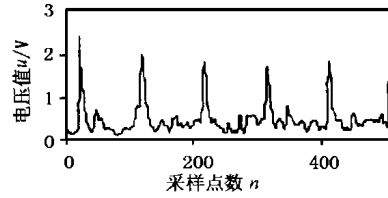


图6 小波去噪后的信号

5 结论

对调幅信号的解调分析是机械故障诊断领域的常用方法,普通希尔伯特变换解调由于存在高频成分和随机噪声的影响,获得的包络信息粗糙。本文利用小波变换的频带分离特性和白噪声的小波变换特性,将希尔伯特变换和小波分析相结合,介绍了具体实施方法。结果表明,此法能补偿希尔伯特变换的不足,可获得清晰的包络轮廓,消除了频域的高频影响,解调质量大为提高。

参考文献:

- [1] 金少先,金中石. 齿轮振动的边带分布特征与故障诊断实例[J]. 振动工程学报, 1999, 12(3): 429-432.
- [2] 朱利民,钟秉林,黄仁. 齿轮故障振动信号检波解调分析的混频效应[J]. 振动工程学报, 1999, 12(3): 331-337.
- [3] 秦前清,杨宗凯. 实用小波分析[M]. 西安:西安电子科技大学出版社, 1995. 15-28.
- [4] Mallat S, Hwang W L. Singularity detection and processing with wavelets[J]. IEEE Trans. on Information Theory, 1992, (2): 617-643.

Application of Wavelet Analysis to the Envelope Extraction of Signal

ZHAO Xue-zhi¹, Fu Hong-yu², CHEN Wen-ge³, CHEN Tong-jian¹, YE Bang-yan¹

(1. Dept. of Mechatronic Engineering, SCUT, Guangzhou 510641 China;

2. Dept. of General affairs, GDUT, Guangzhou 510090, China;

3. Dept. of Mechatronic Engineering, GDUT, Guangzhou 510090 China)

Abstract: Envelope analysis is a general method often used to extract characteristic information of signal in diagnosis field. According to the characteristic of spectrum band separation of wavelet and characteristic of noise in wavelet conversion, wavelet analysis is combined with Hilbert conversion to increase the accuracy of envelope extraction. A practical example is given to demonstrate the effectiveness of the method.

Key words: envelope analysis; wavelet conversion; Hilbert conversion